**Практичні завдання з математики**

**для груп ВШП-19, ККД-19, ЕА-19**

 **Записати конспект в робочий зошит**

**Двогранні кути**

***Двогранним кутом*** називається фігура, яка утворена двома півплощинами зі спільною прямою, що обмежує її.

Мал.1 Мал.2

Півплощини називаються гранями двогранного кута, а пряма, що обмежує півплощини, – ребром двогранного кута. *Наприклад*: α і β – грані, а – ребро двогранного кута.

**Лінійний кут двогранного кута**

Лінійним кутом двогранного кута називається кут між променями, по яких площина, яка перпендикулярна до ребра двогранного кута, перетинає грані. *Наприклад:* , φ – лінійний кут двогранного кута. (Мал.2)

Щоб побудувати лінійний кут двогранного кута, можна:

1. узяти точку на ребрі двогранного кута і побудувати промені, які виходять із цієї точки, лежать на гранях двогранного кута і перпендикулярні до ребра. Кут між побудованими променями і буде лінійним кутом двогранного кута. *Наприклад:*  – лінійний кут.

Мал.3. Мал.4

2. узяти точку в одній із граней двогранного кута, опустити з неї перпендикуляр до другої грані та провести перпендикуляр до ребра двогранного кута. Кут між перпендикуляром до ребра і проекцією цього перпендикуляра на другу грань й буде лінійним кутом двогранного кута.

*Наприклад:*  – лінійний кут. (Мал.4)

**Перпендикулярність двох площин**

Дві площини, що перетинаються, називаються перпендикулярними, якщо третя площина, яка перпендикулярна до прямої перетину цих площин, перетинає їх по перпендикулярних прямих.

**Наприклад**: , бо .

Мал.5.  Мал.6

Ознака перпендикулярності площин

Якщо площина проходить через пряму, яка перпендикулярна до другої площини, то ці площини перпендикулярні. *Наприклад:* якщо  і β проходить через b, то . (Мал.6)

**Властивості перпендикулярних площин**

1. Будь-яка площина, перпендикулярна до лінії перетину перпендикулярних площин, перетинає їх по перпендикулярних прямих. *Наприклад:* якщо , то .

2. Якщо пряма, яка лежить в одній із двох перпендикулярних площин, перпендикулярна до лінії їх перетину, то вона перпендикулярна і до другої площини. *Наприклад:* якщо , то .

**Кут між площинами**

Кут між паралельними площинами вважається таким, що дорівнює нулю.

Кутом між площинами, які перетинаються, називається кут між прямими перетину даних площин із площиною, яка перпендикулярна до лінії перетину даних площин. *Наприклад:* якщо , то φ – кут між площинами, 0°≤φ≤90°.

Мал.7  Мал.8

**Відстані у просторі**

***Відстань від точки до площини*** – довжина перпендикуляра, опущеного з цієї точки на площину. *Наприклад:* , ОА – відстань від точки А до площини α. (Мал.8)

Якщо точка лежить на площині, то відстань від точки до площини дорівнює нулю.

Відстань від точки до прямої – довжина перпендикуляра, опущеного з цієї точки на пряму.

*Наприклад:* АО – відстань від точки А до прямої а.

Мал.9 Мал.10

Якщо точка лежить на прямій, відстань від точки до прямої дорівнює нулю.

Відстань між паралельними прями – відстань від будь-якої точки однієї прямої до другої прямої. Ця відстань дорівнює довжині спільного перпендикуляра (відрізка, перпендикулярного до цих прямих і кінці якого лежать на цих прямих). *Наприклад:* АВ – відстань між прямими а і b. (Мал.10)

Відстань між паралельною прямою і площиною – відстань від будь-якої точки цієї прямої до площини. Ця відстань дорівнює довжині спільного перпендикуляра (відрізка, перпендикулярного до прямої і площини, один кінець якого належить прямій, а інший – площині).

*Наприклад:* АО – відстань від прямої а до площини α.

Мал.11  Мал.12

***Відстань між паралельними площинами*** – відстань від будь-якої точки однієї площини до другої площини. Ця відстань дорівнює довжині спільного перпендикуляра (відрізка, перпендикулярного до цих площин, кінці якого лежать у цих площинах). *Наприклад:* АВ – відстань між площинами α і β. (Мал.12)

***Відстань між мимобіжними прямими*** – довжина їх спільного перпендикуляра (відрізка, перпендикулярного до прямих, кінці якого лежать на цих прямих). Ця відстань дорівнює відстані між паралельними площинами, які містять ці прямі, або дорівнює відстані від будь-якої точки однієї прямої до площини, що проходить через другу пряму і паралельна першій.

*Наприклад:* АВ – відстань між прямими а і b.



***Виконати завдання:***

1. **Основи трапеції дорівнюють** 11 **см і** 4 **см, а діагоналі** 9 **см і** 12 **см. Знайдіть площу трапеції, в** см2 **.**
2. **У** [рівнобічній трапеції](https://yukhym.com/uk/geometriya/ploshcha-trapetsiji.html) **діагональ є бісектрисою гострого кута і ділить середню лінію трапеції на відрізки довжиною** 6 **см і** 12 **см. Обчисліть периметр трапеції, у см.**
3. **Основи рівнобедреної трапеції дорівнюють** 6 **см і** 2 **см, а площа трапеції дорівнює** 8 **см2. Знайдіть гострий кут трапеції, у градусах.**
4. **Через точку** О**, точку перетину діагоналей квадрата** АВСD, **проведено перпендикуляр** МО **до його площини. Відомо, що** АD = 8. **Знайдіть відстань між прямими** АВ
5. **Двогранний кут дорівнює** 45°**. Задано точку на одній із граней кута. Відстань від цієї точки до другої грані кута** 12 **см. Знайдіть відстань від заданої точки до ребра двогранного кута.**

**Задача 1.**

 М

 D А

 С В

 АВСD – прямокутник, МD(АВС). Доведіть, що

 (МВС)(МС).

**Задача 2.** У прямокутній трапеції ABCD бічні сторони дорівнюють *24 см* і *25 см*, а більша діагональ BD є бісектрисою прямого кута. Із вершини тупого кута С до площини трапеції проведено перпендикуляр СМ довжиною *см*. Знайдіть відстань від точки М до вершини А.

**Завдання 3. ТЕСТ**

1. Відстань від точки М до всіх сторін квадрату дорівнює 13 см. Знайдіть відстань від точки М до площини квадрата, якщо сторона квадрата дорівнює 10 см.

а) 8 см; б) 11 см; в) 12 см; г) 14 см; д) 15 см

1. Відстань від точки до двох перпендикулярних площин дорівнює см. Знайдіть відстань від цієї точки до прямої перетину цих площин

а) 6 см; б) 4,5 см; в) 3 см; г) 8 см; д) 4 см.

1. Із заданої точки до площини проведено перпендикуляр та похилу. Довжина перпендикуляра дорівнює проекції похилої, Знайти кут між перпендикуляром та похилою.

а) 30о; б) 60о; в) 45о; г) 40о; д) 20о.

**Завдання для розв’язання для групи ВШП-18 та ВШП-17**

1. **Обчисліть довжину меншої діагоналі прямої призми, в основі якої ромб із стороною 6 м та гострим кутом 60°. Висота призми 8 м.**
2. **В основі прямої призми лежить рівнобічна трапеція з бічною стороною 5см та основами 4 і 10 см. Бічне ребро призми - 10 см. Обчисліть площу повної поверхні призми.**
3. **Задано точку А(-1; 2; 3). Укажіть координати точки, симетричної точці А відносно площини ху.**
4. **У просторі задані точки А(2;3;- 5) і М(1;-1;2). Знайдіть координати точки С, яка симетрична точці А відносно точки М.**
5. **Площі граней прямокутного паралелепіпеда дорівнюють 20 см , 24 см і 30 см . Знайдіть об'єм паралелепіпеда, у см3 .**